



Andreozzi, L.

Blaconá, M.T.

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística.

Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario.

ESTIMACIÓN Y PRONÓSTICO DE LAS TASAS DE MORTALIDAD Y LA ESPERANZA DE VIDA EN LA REPÚBLICA ARGENTINA

I. Introducción

Lee y Carter (1992) desarrollaron un modelo para describir el comportamiento de la mortalidad a través del tiempo, por género y edad. El mismo ha sido perfeccionado a través de los años, utilizando nuevos y más eficaces métodos de estimación. El método de pronóstico de Lee-Carter tiene un desarrollo estadístico riguroso, ya que está basado en un modelo explícito que permite no solamente el cálculo de pronósticos puntuales, sino que produce también medidas de incertidumbre y sirve como base para realizar inferencias en general. El insumo básico del modelo son las tasas específicas de mortalidad según edad.

El conocimiento del número de casos de algún evento en particular, en este caso muerte, presentes en una población, tiene de por sí poca utilidad para epidemiólogos o demógrafos si no se relaciona dicha frecuencia con la población de la cual proceden los casos. Esta relación se establece generalmente a través de la construcción de una tasa. Por ello la predicción de estas tasas resulta de utilidad en diversas áreas desde la epidemiología hasta las ciencias actuariales. Además a partir de las tasas de mortalidad es posible calcular la esperanza de vida, una medida resumen apta para comparar la mortalidad de diferentes poblaciones y para la misma población en el tiempo ya que no está afectada por la estructura por edades de la población, además es buen indicador de las condiciones de salud.

En este trabajo se avanza sobre un el realizado por Andreozzi y Blaconá (2011) aplicando un método de estimación más moderno desarrollado por Brouhns et al. (2002), el método Máxima Verosimilitud del modelo Log-Bilineal-Poisson, este método es una alternativa al método de estimación propuesto originalmente por los autores, porque contempla la heterocedasticidad presente en este tipo de datos.

La estructura de este artículo se organiza del siguiente modo: en la sección II se detallan, en primer lugar, el modelo propuesto por Lee y Carter en el año 1992, su ecuación y la descripción de los parámetros que lo componen, en el punto II.2 se introduce el método de estima-



ción alternativo propuesto por Wilmoth (1993), mejorado por Alho (2000) y desarrollado ampliamente por Brouhns (2002), Máxima Verosimilitud Log Bilineal de Poisson. Dado que la ecuación que plantea este modelo requiere la implementación de un algoritmo iterativo, para ello se utiliza el algoritmo de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS, 1970), del cual se presenta una breve orientación relativa al software que permite su utilización. Dentro de la misma sección, el punto II.3 detalla la metodología empleada para la estimación de los pronósticos de las tasas de mortalidad específicas por edad y de la esperanza de vida al nacer. En la sección III, se presenta la aplicación a datos de Argentina del período 1979-2009, en ambos géneros, varones y mujeres, discriminados por grupos de edad. Finalmente los resultados derivados de la nueva metodología se comparan con los pronósticos que brinda el organismo de estadísticas oficiales de la Argentina, en la sección IV se presentan las conclusiones.

II. Metodología

II.1. Modelo

Lee y Carter (1992) propusieron un modelo simple para describir el cambio secular en la mortalidad total, como función de un único parámetro k_t . Dicho modelo describe el logaritmo de la serie de las tasas de mortalidad específicas por edad como la suma de los siguientes componentes: edad (independiente del tiempo) y el producto de un parámetro que varía en el tiempo por otro que representa cuán rápidamente varía la mortalidad para cada edad, se puede escribir como sigue:

$$f_{x,t} = \ln(\tilde{m}_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t} \quad x = 1, \dots, X \quad y \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

donde $\tilde{m}_{x,t}$ es la tasa de mortalidad específica por edad observada a la edad x durante el tiempo t . Con X y T se indican el número de categorías de edad y la cantidad de años evaluados respectivamente.

La tasa observada de mortalidad es el número de muertes observadas sobre el número de individuos expuestos al riesgo, más fluctuaciones del azar, denominadas $\varepsilon_{x,t}$. La notación $m_{x,t}$ se refiere a la tasa de mortalidad subyacente, es la tasa que se debería observar si no hubiera variaciones estocásticas, en otras palabras expresa el valor de la tasa si la población expuesta al riesgo fuera infinitamente grande.

Los parámetros del modelo son a_x , b_x , y k_t , y $\varepsilon_{x,t}$ es el término de error. Cuando el modelo



se ajusta utilizando mínimos cuadrados con restricciones, la interpretación de los parámetros es sencilla. Los valores estimados de a_x son el promedio de los logaritmos de las tasas observadas ($\ln \tilde{m}_{x,t}$) de la edad x a través del tiempo; b_x representa el patrón de cambio en la mortalidad según la edad específica y k_t explica la tendencia de la mortalidad en el tiempo. El término $b_x k_t$ de la ecuación (1) implica infinitos valores arbitrarios para ambos parámetros, por ello se deben incluir restricciones sobre sus valores, pero lo que existen diversas propuestas. Lee y Carter proponen $\sum_x b_x = 1$ y $\sum_t k_t = 0$, también utilizadas por Butt y Haberman (2009).

II.2. Máxima Verosimilitud del modelo Log-Bilineal-Poisson

En un trabajo anterior, Andreozzi y Blaconá (2011) se compararon tres métodos de estimación, para obtener las estimaciones de los parámetros del modelo de Lee y Carter para Argentina, a saber: 1) el método clásico (Lee-Carter, 1992), 2) mínimos cuadrados ponderados (MCP, Wilmoth, 1993) y 3) máxima verosimilitud log-bilineal Poisson (MV-LBP, Alho, 2000, Brouhns et. Al 2002). Para los métodos 2) y 3) se utilizan algoritmos iterativos Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno y Nelder-Mead. Los resultados allí obtenidos demostraron un avance significativo en las formas de estimación alternativas del índice general de mortalidad, el mismo se refleja en el cálculo de las variancias. Las mismas resultan para las nuevas estimaciones, (MCP y MV-LBP), en todos casos menores a las variancias calculadas para las estimaciones por el método clásico, presentando una mayor estabilidad. El mismo trabajo indica que las medidas de error resultan levemente más pequeñas para el caso de la estimación por MV-LBP esto se puede deber a que este método contempla la heterocedasticidad presente en los datos. En lo relativo a la elección del algoritmo iterativo implementado en la estimación, según el trabajo mencionado Andreozzi, Blaconá (2011) se detecta que el algoritmo BFGS, tiene un desempeño levemente superior en cuanto a los diversos aspectos evaluados, siendo al mismo tiempo de aplicación más directa y sencilla.

Para la estimación del modelo de Lee-Carter (1992), por el método tradicional y Mínimos Cuadrados Ponderados, se supone que los errores tienen un comportamiento homocedástico, es decir poseen la misma variancia a través de todas las edades, supuesto que no siempre se cumple. Alho (2000) sugiere utilizar la Estimación por Máxima Verosimilitud del modelo Log-Bilineal-Poisson (MV-LBP) basado en suponer una distribución Poisson para la variable aleatoria número de defunciones, lo que permite tener en cuenta la presencia de heterocedasticidad. Este método se desarrolla ampliamente en Brouhns et al. (2002).

Sea $D_{x,t}$ una variable aleatoria que representa las muertes a la edad x en el período t , y



siendo $d_{x,t}$ el correspondiente número observado de defunciones. Se puede considerar que la variable aleatoria $D_{x,t}$ tiene una distribución Poisson con media $\lambda_{x,t}$ donde $\lambda_{x,t} = m_{x,t}E_{x,t}$, donde $E_{x,t}$ son los expuestos al riesgo a la edad x y el tiempo t .

La función de verosimilitud para una única combinación de edad-tiempo se puede escribir:

$$L(d; \lambda) = \frac{\lambda^d e^{-\lambda}}{d!}. \quad (2)$$

De forma similar la función de log-verosimilitud es

$$l(d; \lambda) = d \ln(\lambda) - \lambda - \ln(d!). \quad (3)$$

Asumiendo la independencia de las observaciones, se suma a través de las distintas edades y tiempos y se obtiene la log-verosimilitud total

$$l = \sum_{x,t} [d_{x,t} \ln(\lambda_{x,t}) - \lambda_{x,t} - \ln(d_{x,t}!)] . \quad (4)$$

Las estimaciones máximo-verosímiles son los valores de $\lambda_{x,t}$ que maximizan la ecuación (4). Dado que el tercer término de la ecuación no depende de $\lambda_{x,t}$ resulta suficiente maximizar la ecuación

$$\sum_{x,t} [d_{x,t} \ln(\lambda_{x,t}) - \lambda_{x,t}]. \quad (5)$$

Si no hay restricciones sobre $\lambda_{x,t}$, se verifica que la ecuación alcanza su máximo valor cuando $\lambda_{x,t} = d_{x,t}$. Por otro lado para el modelo de Lee Carter, se requiere

$$\lambda_{x,t} = m_{x,t}E_{x,t} = e^{a_x + b_x k_t} E_{x,t} , \quad (6)$$

en consecuencia las estimaciones máximo verosímiles de los parámetros del modelo de Lee-Carter se encuentran sustituyendo $\lambda_{x,t}$ por $e^{a_x + b_x k_t} E_{x,t}$ en la ecuación (5) y maximizándola con respecto a a_x , b_x , y k_t .

En el presente trabajo las estimaciones se obtienen a partir del uso de funciones de optimización disponibles en R. Para la implementación del método de estimación propuesto por Wilmoth (1993) se utiliza el algoritmo Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS, 1970). Se utiliza el paquete alabama: (augmented lagrangian adaptive barrier minimization algorithm), a través de la función "auglag", disponible en R. Esta función permite incluir restricciones a los parámetros de la función a optimizar de manera directa, ya sean igualdades o desigualdades, y es el mismo algoritmo el que las refuerza con cada iteración.



II.3 Pronósticos

En base al índice general de mortalidad obtenido k_t , se realizan pronósticos para el período 2010-2030, mediante un modelo ARIMA (Box & Jenkins, 1979).

Una vez que se obtiene la serie de tiempo de la estimación del índice k_t a partir de la misma se pueden generar los valores de las tasas de mortalidad para los años proyectados.

Existen en este punto dos propuestas:

(i) Se insertan los pronósticos k_{n+h} en la fórmula:

$$\hat{m}_{x,n+h} = \hat{m}_{x,n} \exp\{\hat{b}_x(\hat{k}_{n+h} - \hat{k}_n)\} \quad h = 1, 2, \dots \quad x = 1, 2, \dots, \omega \quad (7)$$

donde n es el último año para el que se dispone de información, h representa el horizonte de pronóstico y x el grupo etáreo. Por medio de la fórmula (7) se computan los pronósticos de las tasas de mortalidad en referencia a la última tasa de mortalidad disponible.

(ii) Otra propuesta es insertar los pronósticos del índice en la formula (1) y considerando el supuesto del modelo que postula que los parámetros a y b permanecen constantes, se obtienen las tasas de mortalidad futuras. Esta propuesta es la más utilizada, ya que cuando se calculan los pronósticos del índice es posible derivar un intervalo de predicción aproximado para la esperanza de vida. Es decir, del mismo modo que se obtiene la esperanza para el pronóstico puntual, se calcula la esperanza para los extremos inferior y superior del intervalo de pronóstico del índice.

Con el fin de obtener la esperanza de vida al nacer, a partir de las tasas de mortalidad pronosticadas, se emplea la metodología clásica, que se basa en el método desarrollado por Chiang C. L. (1984). Dados; n_x es la amplitud del intervalo con edad inicial x ; f_x es la fracción del intervalo con edad inicial x vivida por los individuos de la cohorte que murieron en dicho intervalo y ω edad inicial del último intervalo, sobre la tasa de mortalidad del intervalo con edad inicial x , (m_x), se calcula la probabilidad que tiene un individuo que ha sobrevivido al comienzo del intervalo x de edad, de morir en dicho intervalo

$$q_x = \frac{n_x m_x}{(1+n_x+(1+f_x)m_x)} \quad (8)$$

A partir de dicha probabilidad se calcula la probabilidad de que un individuo incluido en el intervalo que se inicia a la edad x , lo sobreviva, $p_x = 1 - q_x$. Se determina luego l_x , el número de personas que llegan con vida a la edad x de una generación inicial de l_0 nacimientos. Generalmente se define $l_0=100.000$, y para los siguientes intervalos se tiene $l_{x+n_x} = p_x l_x$.



A partir de dichos valores se obtiene d_x , es decir, el número de muertes dentro del intervalo con edad inicial x en la cohorte que compone la Tabla de Vida.

$$d_{x+n_x} = l_{x+n_x} - l_x \quad (9)$$

Con este dato se calcula el número de años vividos por la cohorte en el intervalo con edad inicial x .

$$L_x = n_x(l_{x+n_x} + f_x d_x) \quad (10)$$

Se define luego T_x como los años vividos acumulados por la cohorte en el intervalo que se inicia a la edad x y subsiguientes.

$$T_\omega = \frac{l_\omega}{m_\omega} \text{ y } T_x = T_{x+n_x} + L_x \quad (11)$$

Finalmente la esperanza de vida a la edad x , e_x se define como $e_x = \frac{T_x}{l_x}$, donde T_x son los años vividos acumulados por la cohorte en el intervalo con edad inicial x y subsiguientes. Con l_x se representa al número de personas que están con vida a la edad inicial del intervalo x de una generación inicial de l_0 nacimientos.

La esperanza de vida al nacer es una medida resumen apta para comparar la mortalidad de diferentes poblaciones y para la misma población en el tiempo ya que no está afectada por la estructura por edades de la población.

La esperanza de vida a determinada edad es una estimación del número promedio de años que le restaría vivir a una persona si las condiciones de la mortalidad actuales permaneciesen constantes. Es una medida hipotética y un buen indicador de las condiciones de salud. Para obtenerla se requiere de la elaboración de una tabla de vida que proporciona estimaciones de la esperanza de vida a diferentes edades. Sin embargo como indicador del nivel de la mortalidad se acostumbra a utilizar la esperanza de vida al nacer, es decir, a la edad 0. La esperanza de vida al nacer se define como el número promedio de años que vivirían cada integrante de una cohorte hipotética de personas si permaneciese sujeta a la mortalidad imperante en la población en estudio desde su nacimiento hasta su extinción. (CELADE, 1989)



III. Datos y Resultados

Lee y Carter proponen un período de información mínimo de 30 años como base para realizar el análisis. Los datos disponibles para Argentina referidos a totales de población y defunciones por edad y sexo, comprenden desde 1979 a 2009, por lo tanto cubren el mínimo propuesto por los autores.

Los datos del período 1979-2001 son proporcionados por el Sistema de Información Estadística de la Organización Mundial de la Salud. La información referente a los últimos años proviene de la Dirección de Estadística e Información de Salud del Ministerio de Salud de la Nación. La existencia de años comunes con valores coincidentes permite concatenar ambas series.

Los grupos etáreos quedan determinados por los siguientes intervalos, el primero de 0 a 4 años y luego intervalos decenales, hasta el último de ellos de 75 o más años de edad, quedando conformadas 9 categorías. La implementación de nueve categorías se basa en el mayor desglose posible que permiten los datos. En el período 2002-2009 se dispone de los datos de población en categorías más amplias que en el período 1979-2001, lo que obliga a adoptar este esquema con el fin de poder calcular las correspondientes tasas específicas por edad. En particular se presenta un único intervalo de población de cero a cuatro años, cuando desde el punto de vista epidemiológico es más frecuente y conveniente que este intervalo se halle dividido en dos, menores de un año (mortalidad infantil) y de uno a cuatro años. También es muy amplia la categoría "75 y más", porque dadas las condiciones imperantes la tasa de mortalidad puede variar sustancialmente dentro del intervalo.

Se actualizan las estimaciones de los parámetros a_x , b_x y k_t (Andreozzi et al., 2011), por el método de Lee y Carter incluyendo el período 2007-2009. Las mismas son utilizadas como valores iniciales para las estimaciones por Máxima Verosimilitud-LBP.

Sobre los datos disponibles para la República Argentina se obtienen las estimaciones de los diversos parámetros del modelo por el método MV-LBP, obtenidas con el algoritmo BFGS.

En la Tabla 1. se presentan las estimaciones del parámetro a_x , denominado por los autores como "parámetro de forma", las mismas representan la forma en que la mortalidad se comporta a través de las edades, en este caso los valores para Argentina son similares a los de la mayoría de los países: una mortalidad alta al comienzo de la vida, luego baja rápidamente hasta un mínimo en el intervalo de 5 a 14, aumenta relativamente lento hasta los 35 o 45



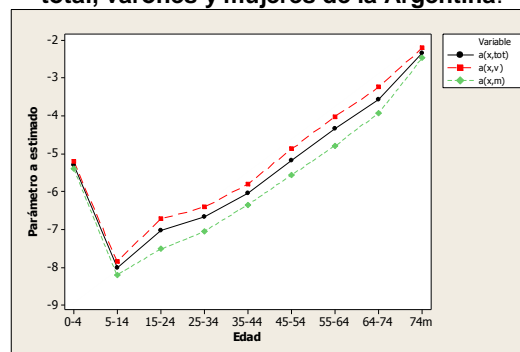
años, y de ahí crece más rápidamente, llegando a superar los niveles de las primeras edades (Ortega A. 1987). En la Figura 1. Puede observarse gráficamente el comportamiento del estimador del parámetro a_x .

Tabla 1. Estimaciones de los parámetros a_x , para las tasas de mortalidad correspondientes al total, varones y mujeres de la Argentina.

Intervalo	$\hat{a}_{x,tot}$	$\hat{a}_{x,v}$	$\hat{a}_{x,m}$
0-4	-5,29	-5,19	-5,40
5-14	-8,01	-7,86	-8,20
15-24	-7,03	-6,72	-7,51
25-34	-6,68	-6,41	-7,05
35-44	-6,04	-5,80	-6,34
45-54	-5,17	-4,88	-5,56
55-64	-4,35	-4,02	-4,78
64-74	-3,57	-3,24	-3,92
75 y más	-2,35	-2,20	-2,46

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Organización Mundial de la Salud y el Ministerio de Salud de la Nación.

Figura 1. Estimaciones de los parámetros a_x , para las tasas de mortalidad correspondientes al total, varones y mujeres de la Argentina.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación

Los parámetros b_x describen el cambio en la mortalidad en el intervalo de edad x , frente a un cambio en k_t . Cuando b_x es grande para cierto intervalo, expresa que la tasa de mortalidad en dicho intervalo varía sustancialmente cuando el nivel general de mortalidad cambia, esto sucede para el intervalo inicial, como puede verse en la Tabla 2. Cuando b_x es pequeño, significa que las tasas de mortalidad para esa edad varían levemente cuando el nivel general de mortalidad cambia, como se observa para las edades avanzadas.

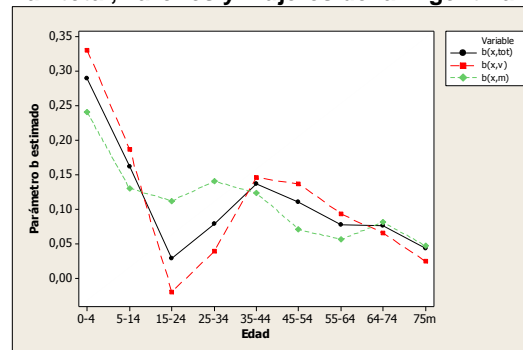


Tabla 2. Estimaciones de los parámetros b_x , para las tasas de mortalidad correspondientes al total, varones y mujeres de la Argentina.

Intervalo	$\hat{b}_{x,tot}$	$\hat{b}_{x,v}$	$\hat{b}_{x,m}$
0-4	0,29	0,33	0,24
5-14	0,16	0,19	0,13
15-24	0,03	-0,02	0,11
25-34	0,08	0,04	0,14
35-44	0,14	0,15	0,12
45-54	0,11	0,14	0,07
55-64	0,08	0,09	0,06
64-74	0,08	0,07	0,08
75 y más	0,04	0,02	0,05

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Organización Mundial de la Salud y el Ministerio de Salud de la Nación.

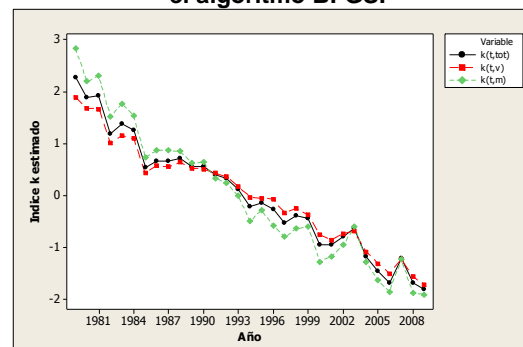
Figura 2. Estimaciones de los parámetros b_x para las tasas de mortalidad correspondientes al total, varones y mujeres de la Argentina.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Se presentan las estimaciones del índice general de mortalidad k_t para el periodo 1979-2010, Figura 3, la misma permite visualizar el comportamiento de las series, que presentan una clara tendencia a disminuir a través del tiempo.

Figura 3. Estimaciones del índice k_t para el total, varones y mujeres por MV-LBP utilizando el algoritmo BFGS.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.



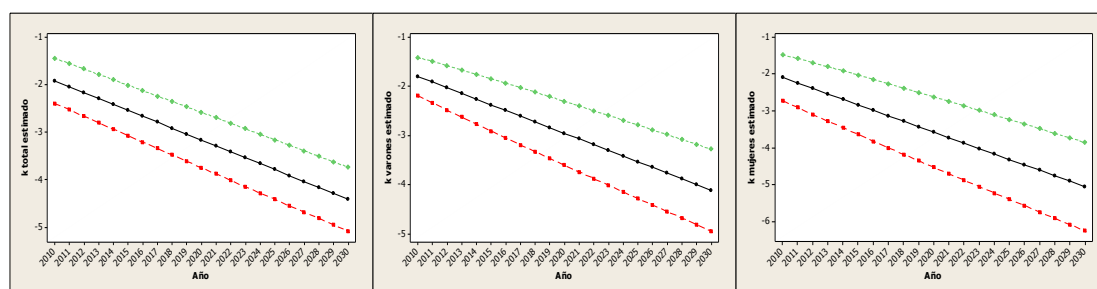
Mediante la implementación de un modelo ARIMA se realizan los pronósticos del índice general de mortalidad para el período 2010-2030, Tabla 3, Figura 4. En los tres casos analizados, varones mujeres y total se ajusta un modelo IMA(1,1) con pendiente. En base a ellos y tal como lo expresa la fórmula (7) se calculan las tasas de mortalidad futuras, para el total, varones y mujeres, las cuáles se presentan en la Tabla 4.

Tabla 3. Pronósticos del índice general de mortalidad, para el total, varones y mujeres. Período 2010-2030

Año	Total		Varones		Mujeres	
	$\hat{k}_{t,tot}$	IP 95%	$\hat{k}_{t,v}$	IP 95%	$\hat{k}_{t,m}$	IP 95%
2010	-1,92	(-2,40; -1,44)	-1,80	(-2,19; -1,41)	-2,10	(-2,72; -1,47)
2011	-2,04	(-2,53; -1,56)	-1,92	(-2,34; -1,50)	-2,24	(-2,91; -1,58)
2012	-2,17	(-2,67; -1,67)	-2,03	(-2,48; -1,58)	-2,39	(-3,10; -1,69)
2013	-2,29	(-2,80; -1,78)	-2,15	(-2,63; -1,67)	-2,54	(-3,28; -1,80)
2014	-2,42	(-2,94; -1,90)	-2,26	(-2,77; -1,75)	-2,69	(-3,46; -1,92)
2015	-2,54	(-3,08; -2,01)	-2,38	(-2,91; -1,84)	-2,84	(-3,64; -2,03)
2016	-2,67	(-3,21; -2,13)	-2,49	(-3,05; -1,93)	-2,98	(-3,82; -2,15)
2017	-2,79	(-3,35; -2,24)	-2,61	(-3,19; -2,03)	-3,13	(-4,00; -2,26)
2018	-2,92	(-3,48; -2,36)	-2,73	(-3,33; -2,12)	-3,28	(-4,18; -2,38)
2019	-3,04	(-3,62; -2,47)	-2,84	(-3,47; -2,21)	-3,43	(-4,36; -2,50)
2020	-3,17	(-3,75; -2,59)	-2,96	(-3,61; -2,31)	-3,58	(-4,53; -2,62)
2021	-3,29	(-3,88; -2,70)	-3,07	(-3,74; -2,40)	-3,73	(-4,71; -2,74)
2022	-3,42	(-4,02; -2,82)	-3,19	(-3,88; -2,50)	-3,87	(-4,88; -2,86)
2023	-3,54	(-4,15; -2,93)	-3,30	(-4,01; -2,59)	-4,02	(-5,06; -2,99)
2024	-3,67	(-4,29; -3,05)	-3,42	(-4,15; -2,69)	-4,17	(-5,23; -3,11)
2025	-3,79	(-4,42; -3,16)	-3,54	(-4,28; -2,79)	-4,32	(-5,40; -3,23)
2026	-3,92	(-4,55; -3,28)	-3,65	(-4,42; -2,89)	-4,47	(-5,57; -3,36)
2027	-4,04	(-4,69; -3,39)	-3,77	(-4,55; -2,98)	-4,61	(-5,74; -3,48)
2028	-4,17	(-4,82; -3,51)	-3,88	(-4,68; -3,08)	-4,76	(-5,92; -3,61)
2029	-4,29	(-4,95; -3,63)	-4,00	(-4,82; -3,18)	-4,91	(-6,09; -3,73)
2030	-4,42	(-5,09; -3,74)	-4,11	(-4,95; -3,28)	-5,06	(-6,26; -3,86)

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Figura 4. Pronósticos del índice general de mortalidad, para el total, varones y mujeres. Período 2010-2030



■ LI 95% ● Pronóstico ◆ LS 95%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

A partir del pronóstico de las tasas específicas por edad es posible aplicar la metodología desarrollada por Chiang C. L. (1984), con el fin de obtener las esperanzas de vida al nacer para el período 2010-2030, para el total, varones y mujeres, Tabla 5. Como es de esperarse se observa un claro aumento a través del tiempo, Figura 5. Se espera que para el año 2030 las mujeres hayan alcanzado los 80,65 años de esperanza de vida al nacer, mientras que



para los varones, el valor pronosticado para el mismo año resulta de 75,68 años.

Tabla 4. Tasas de mortalidad específicas por edad para Argentina, estimadas a partir de pronósticos ARIMA. Período 2010-2030. (por mil personas-año)

Tabla 4.1 Total

Año	0-4	5-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75 y más
2010	2,89	0,24	0,84	1,08	1,83	4,61	11,17	24,52	87,70
2011	2,79	0,24	0,83	1,07	1,80	4,54	11,06	24,29	87,22
2012	2,69	0,23	0,83	1,06	1,77	4,48	10,95	24,07	86,75
2013	2,59	0,23	0,83	1,05	1,74	4,42	10,85	23,84	86,29
2014	2,50	0,22	0,82	1,04	1,71	4,36	10,75	23,62	85,82
2015	2,41	0,22	0,82	1,03	1,68	4,30	10,64	23,40	85,36
2016	2,33	0,22	0,82	1,02	1,65	4,24	10,54	23,18	84,90
2017	2,24	0,21	0,82	1,01	1,63	4,18	10,44	22,96	84,45
2018	2,16	0,21	0,81	1,00	1,60	4,13	10,34	22,75	83,99
2019	2,09	0,20	0,81	0,99	1,57	4,07	10,24	22,53	83,54
2020	2,01	0,20	0,81	0,98	1,55	4,01	10,14	22,32	83,09
2021	1,94	0,19	0,80	0,97	1,52	3,96	10,05	22,11	82,64
2022	1,87	0,19	0,80	0,96	1,49	3,90	9,95	21,91	82,20
2023	1,81	0,19	0,80	0,95	1,47	3,85	9,86	21,70	81,76
2024	1,74	0,18	0,80	0,94	1,44	3,80	9,76	21,50	81,32
2025	1,68	0,18	0,79	0,93	1,42	3,75	9,67	21,30	80,88
2026	1,62	0,18	0,79	0,92	1,40	3,70	9,58	21,10	80,44
2027	1,56	0,17	0,79	0,91	1,37	3,65	9,48	20,90	80,01
2028	1,51	0,17	0,79	0,90	1,35	3,60	9,39	20,71	79,58
2029	1,46	0,17	0,78	0,90	1,33	3,55	9,30	20,51	79,15
2030	1,40	0,16	0,78	0,89	1,30	3,50	9,21	20,32	78,73

Tabla 4.2 Varones

Año	0-4	5-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75 y más
2010	3,06	0,28	1,25	1,53	2,32	5,96	15,23	34,77	106,47
2011	2,94	0,27	1,25	1,52	2,28	5,87	15,07	34,51	106,18
2012	2,83	0,27	1,26	1,52	2,24	5,78	14,91	34,25	105,88
2013	2,73	0,26	1,26	1,51	2,20	5,69	14,75	33,99	105,59
2014	2,63	0,25	1,26	1,50	2,17	5,60	14,59	33,74	105,30
2015	2,53	0,25	1,27	1,50	2,13	5,51	14,44	33,48	105,00
2016	2,43	0,24	1,27	1,49	2,10	5,42	14,28	33,23	104,71
2017	2,34	0,24	1,27	1,48	2,06	5,34	14,13	32,98	104,42
2018	2,25	0,23	1,28	1,48	2,03	5,25	13,98	32,73	104,13
2019	2,17	0,23	1,28	1,47	1,99	5,17	13,83	32,49	103,85
2020	2,09	0,22	1,28	1,46	1,96	5,09	13,68	32,24	103,56
2021	2,01	0,22	1,28	1,46	1,93	5,01	13,54	32,00	103,27
2022	1,93	0,21	1,29	1,45	1,89	4,93	13,39	31,76	102,99
2023	1,86	0,21	1,29	1,44	1,86	4,85	13,25	31,52	102,70
2024	1,79	0,20	1,29	1,44	1,83	4,78	13,11	31,28	102,42
2025	1,72	0,20	1,30	1,43	1,80	4,70	12,97	31,05	102,13
2026	1,66	0,20	1,30	1,42	1,77	4,63	12,83	30,82	101,85
2027	1,6	0,19	1,3	1,42	1,74	4,56	12,69	30,58	101,57
2028	1,54	0,19	1,31	1,41	1,71	4,49	12,56	30,35	101,29
2029	1,48	0,18	1,31	1,4	1,68	4,42	12,42	30,12	101,01
2030	1,42	0,18	1,31	1,4	1,66	4,35	12,29	29,9	100,73



Tabla 4.3 Mujeres

Año	0-4	5-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75 y más
2010	2,72	0,21	0,43	0,64	1,36	3,31	7,44	16,71	77,67
2011	2,63	0,20	0,42	0,63	1,33	3,27	7,38	16,51	77,14
2012	2,53	0,20	0,42	0,62	1,31	3,24	7,32	16,32	76,61
2013	2,45	0,20	0,41	0,61	1,28	3,21	7,26	16,12	76,08
2014	2,36	0,19	0,40	0,59	1,26	3,17	7,20	15,93	75,55
2015	2,28	0,19	0,40	0,58	1,24	3,14	7,14	15,74	75,03
2016	2,20	0,19	0,39	0,57	1,21	3,11	7,08	15,55	74,52
2017	2,12	0,18	0,38	0,56	1,19	3,07	7,02	15,37	74,00
2018	2,05	0,18	0,38	0,55	1,17	3,04	6,96	15,19	73,49
2019	1,98	0,18	0,37	0,53	1,15	3,01	6,91	15,01	72,99
2020	1,91	0,17	0,37	0,52	1,13	2,98	6,85	14,83	72,49
2021	1,84	0,17	0,36	0,51	1,11	2,95	6,79	14,65	71,99
2022	1,78	0,17	0,35	0,5	1,09	2,92	6,74	14,48	71,49
2023	1,71	0,16	0,35	0,49	1,07	2,89	6,68	14,31	71,00
2024	1,65	0,16	0,34	0,48	1,05	2,86	6,63	14,14	70,51
2025	1,60	0,16	0,34	0,47	1,03	2,83	6,57	13,97	70,02
2026	1,54	0,15	0,33	0,46	1,01	2,80	6,52	13,80	69,54
2027	1,49	0,15	0,33	0,45	0,99	2,77	6,46	13,64	69,06
2028	1,43	0,15	0,32	0,44	0,97	2,74	6,41	13,48	68,59
2029	1,38	0,14	0,31	0,43	0,96	2,71	6,36	13,32	68,11
2030	1,33	0,14	0,31	0,43	0,94	2,68	6,31	13,16	67,64

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Finalmente, para comparar los resultados que aquí se obtiene con los que brinda el organismo oficial de estadística: INDEC, realizados a través del método de las componentes, para los quinquenios 2005-2010 y 2010-2015, los cuales se presentan en la Tabla 6. Los resultados obtenidos a partir de la implementación del modelo de Lee-Carter, mediante la estimación por MV-LBP, presentan esperanzas de vida pronosticadas mayores para el total y los varones.

El promedio de las esperanzas que se obtienen en el presente trabajo, para el periodo 2010-2015, es de 73,70 años en varones y 79,10 años en mujeres, mientras que las proyectadas por el INDEC son 72,45 años para varones y 79,95 años para las mujeres. Estas últimas estimaciones se basan en las proyecciones de la mortalidad. Para proyectar la mortalidad a partir del quinquenio 2000-2005 se mantiene la hipótesis de cambio basada en criterios de las Naciones Unidas para fijar la ganancia en años de vida hasta el quinquenio 2045-2050, lo que permite determinar los valores esperados de esperanza de vida al nacimiento para cada quinquenio de la proyección, de acuerdo a una ganancia media (Pujol, 1995).

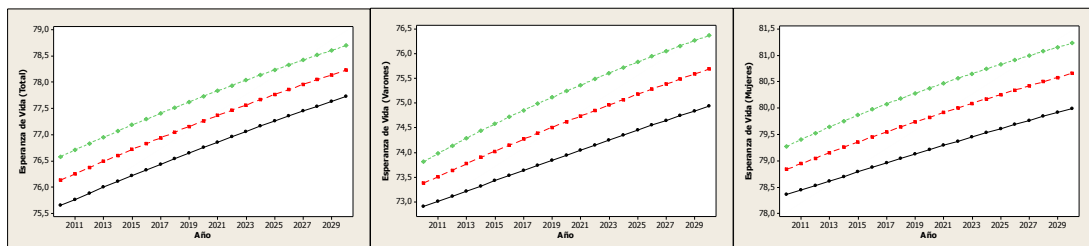


Tabla 5. Esperanzas de vida al nacer para el total de Argentina, estimadas a partir de pronósticos ARIMA en el período 2010-2030.

Año	Total		Varones		Mujeres	
	$\hat{e}_{0,tot.}$	IP 95%	$\hat{e}_{0,v}$	IP 95%	$\hat{e}_{0,m}$	IP 95%
2010	76,13	(75,65;76,58)	73,37	(72,91;73,81)	78,84	(78,36;79,27)
2011	76,25	(75,77;76,71)	73,51	(73,01;73,97)	78,94	(78,45;79,40)
2012	76,37	(75,88;76,83)	73,64	(73,11;74,13)	79,05	(78,53;79,52)
2013	76,49	(76,00;76,95)	73,77	(73,21;74,28)	79,15	(78,62;79,64)
2014	76,61	(76,11;77,07)	73,89	(73,32;74,43)	79,25	(78,70;79,75)
2015	76,72	(76,22;77,18)	74,02	(73,42;74,57)	79,35	(78,79;79,87)
2016	76,83	(76,33;77,30)	74,14	(73,53;74,71)	79,45	(78,87;79,97)
2017	76,94	(76,44;77,41)	74,26	(73,63;74,85)	79,55	(78,96;80,08)
2018	77,05	(76,55;77,52)	74,38	(73,74;74,98)	79,64	(79,04;80,18)
2019	77,16	(76,65;77,63)	74,50	(73,84;75,11)	79,73	(79,13;80,28)
2020	77,26	(76,76;77,73)	74,62	(73,94;75,24)	79,83	(79,21;80,38)
2021	77,37	(76,86;77,84)	74,73	(74,05;75,36)	79,91	(79,29;80,47)
2022	77,47	(76,96;77,94)	74,84	(74,15;75,48)	80,00	(79,37;80,56)
2023	77,57	(77,06;78,04)	74,95	(74,25;75,60)	80,09	(79,45;80,65)
2024	77,67	(77,16;78,14)	75,06	(74,35;75,71)	80,17	(79,53;80,74)
2025	77,76	(77,26;78,23)	75,17	(74,45;75,83)	80,26	(79,61;80,83)
2026	77,86	(77,35;78,33)	75,28	(74,55;75,94)	80,34	(79,69;80,91)
2027	77,95	(77,45;78,42)	75,38	(74,64;76,05)	80,42	(79,77;80,99)
2028	78,05	(77,54;78,52)	75,48	(74,74;76,15)	80,50	(79,84;81,07)
2029	78,14	(77,64;78,61)	75,58	(74,84;76,26)	80,58	(79,92;81,15)
2030	78,23	(77,73;78,70)	75,68	(74,93;76,36)	80,65	(79,99;81,23)

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Figura 5. Esperanzas de vida al nacer para el total de Argentina, estimadas a partir de pronósticos ARIMA. Período 2010-2030.



● LI 95% ■ Pronóstico ▲ LS 95%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Tabla 6. Esperanza de vida al nacer proyectada por el INDEC para la Argentina.

Quinquenio	Esperanza de vida al nacer		
	Total	Varones	Mujeres
2005-2010	75,24	71,56	79,06
2010-2015	76,13	72,45	79,95

Fuente: INDEC



IV. Conclusiones

En este trabajo se estiman y pronostican las tasas de mortalidad y la esperanza de vida en la República Argentina para el período 2010-2030.

Para la estimación de las tasas de mortalidad se utiliza el modelo de Lee-Carter (1992) y se aplica el método de máxima verosimilitud del modelo Log-Bilineal de Poisson, desarrollado por Brouhns et al. (2002). Este método es una alternativa al método de estimación propuesto originalmente por Lee-Carter, superándolo porque contempla la heterogeneidad de este tipo de datos.

Los resultados de las estimaciones de los parámetros del modelo de Lee-Carter se pueden sintetizar como sigue: i) Para el parámetro a_x , denominado parámetro de forma, que representa cómo se comporta la mortalidad a través de las edades, los valores obtenidos son similares a los de otros países una mortalidad alta al comienzo de la vida, luego baja rápidamente hasta un mínimo en el intervalo de 5 a 14, aumenta relativamente lento hasta los 35 o 45 años, y de ahí crece más rápidamente, llegando a superar los niveles de las primeras edades, ii) las estimaciones del parámetro b_x describen el cambio en la mortalidad en el intervalo de edad x , frente a un cambio en k_t , coincidiendo con otros autores, que para el primer intervalo de edad, 0 a 4 años, el coeficiente presenta el valor más alto, mientras que para el último intervalo se da el valor más bajo. iii) Las estimaciones del índice general de mortalidad k_t presentan un decrecimiento a través del tiempo, que se continúa en las proyecciones para el período 2010-2030, las cuáles se realizan mediante un modelo ARIMA. Se puede destacar que los intervalos de pronóstico, como es de esperar, aumentan a medida que el horizonte de pronóstico crece, sin embargo, el nivel de precisión puede considerarse satisfactorio.

En base a la estimación del índice general de mortalidad se calculan las tasas de mortalidad futuras para varones, mujeres y total, para luego proyectar las esperanzas de vida al nacer, para el período 2010-2030. De estos resultados se puede destacar que para el 2030 se espera que las mujeres alcancen una esperanza de vida de 80.65 (79,99-81,23) y los varones 75,68 (74,93-76,36). Si se comparan los datos de esperanza de vida que se obtienen en este trabajo con los publicados por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) se notan algunas diferencias, mientras para el total y varones las esperanzas de vida son superiores cuando se obtienen por el método propuesto en este trabajo, para las mujeres son levemente inferiores.



Dado los resultados satisfactorios encontrados en este estudio, se plantea en futuras investigaciones, utilizar el método propuesto en dos líneas, una por causa de muerte y otra por regiones geográficas más pequeñas, como por ejemplo la provincia de Santa Fe.

V. Referencias Bibliográficas

Alho, J. M. (2000). A statistical look at Modeen's forecast of the population of Finland in 1934. *Yearbook of Population Research in Finland*, Vol. **36**, 2000, 107-20 pp.

Andreozzi, L. and Blaconá, M.T. (2011). The Lee Carter method, for estimating and forecasting mortality: an application for Argentina. *ISF 2011 – Prague – Proceedings*.

<http://www.forecasters.org/submissions/ANDREOZZILUCIAISF2011.pdf>

Broyden, C. (1970). The convergence of a class of double-rank minimization algorithms, *Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications* pp. 76–79.

Brouhns N., Denuit M. (2001). Tables de mortalite prospectives pour la population belge, Discussion Paper 0138, Institut de Statistique, Univ. Catholique de Louvain

Brouhns N., Denuit M., and Vermunt, J., (2002). A Poisson log-linear regression approach to the construction of projected life tables. *Insurance: Mathematics and Economics* **31**, 373–393

Chiang, C. L. (1984). *"The Life Table and its Applications"*. Malabar (FL), Robert E. Krieger Publ. Co.

Fletcher, R. (1970). A new approach to variable metric algorithms, *Computer Journal* pp. 317–322.

Goldfarb, D. (1970). A family of variable metric updates derived by variational means, *Mathematics of Computation* pp. 23–26.

Lee, R. D., Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association* **87**:659-71.

Ministerio de Salud. Dirección de Estadística e Información de Salud. Programa Nacional de Estadísticas de Salud. (2000). *"Modelos de Formularios e Instructivos del Sistema de Estadísticas Vitales"*. Buenos Aires, Argentina.

Nelder, J.A., Mead N. (1965). Simplex Method for function minimization, *Computer Journal*. **7**. pp 308–313. 1965

Ortega A. (1987). *Tablas de mortalidad*, CELADE, Serie E N° 1004, San José, Costa Rica.

Shanno, D. (1970). Conditioning of quasi-newton methods for function minimization, *Mathe-*



matics of Computation **24**, 647–656.

Wilmoth, J. R. (1993). Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality change. Technical Report, Department of Demography, University of California, Berkeley.

Wilmoth, J. R. (1996). *Mortality Projections for Japan: A comparison of Four Methods*. Health and Mortality among Elderly Population, Eds Graziella, Caselli and Alan Lopez. New York: Oxford University Press.

Fuentes

Organización Mundial de la Salud.

Dirección de Estadística e Información de Salud del Ministerio de Salud de la Nación.